תרשימי בקרה למשתנים כאשר הפרמטרים σ ו- μ לא ידועים

תרשימי בקרה כאשר המדגם גדול מ- 10
לממוצעים ולסטיות תקן

1. **יש לחשב עבור כל מדגם את ממוצע הערכים:**

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

2. **חשב את ממוצע הממוצעים של המדגמים (רצוי 25 עד 30 מדגמים):**

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} \bar{x}_i}{k}$$

3. **חשב את סטיות התקן של כל מדגם:**

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i - n\bar{x}^2}{n-1}}$$

4. **חשב את ממוצעי סטיות התקן של כל המדגמים:**

$$\bar{\sigma} = \frac{\sum_{i=1}^{k} \sigma_i}{k}$$

5. **חשב את גבולות הבקרה של תרשים בקרה לסטיות התקן: (ערך מרכזי $\bar{\sigma}$).**

$$UCL_{(\sigma)} = \bar{\sigma} + 3\frac{\bar{\sigma}}{C_4}\sqrt{1 - C_4^2} = B_4 \times \bar{\sigma}$$

$$LCL_{(\sigma)} = \bar{\sigma} - 3\frac{\bar{\sigma}}{C_4}\sqrt{1 - C_4^2} = B_3 \times \bar{\sigma}$$

6. **חשב את גבולות הבקרה של תרשים בקרה לממוצעים: (ערך מרכזי $\bar{\bar{x}}$).**

$$UCL_{(\bar{X})} = \bar{\bar{X}} + 3\frac{\bar{\sigma}}{C_4\sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} + A_3 \times \bar{\sigma}$$

$$LCL_{(\bar{X})} = \bar{\bar{X}} - 3\frac{\bar{\sigma}}{C_4\sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} - A_3 \times \bar{\sigma}$$

<u>תרשימי בקרה למשתנים כאשר הפרמטרים σ ו- μ לא ידועים</u>

<u>תרשימי בקרה כאשר המדגם קטן מ- 10</u>
<u>לממוצעים ולטווחים</u>

1. יש לחשב עבור כל מדגם את ממוצע הערכים:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

2. חשב את ממוצע הממוצעים של המדגמים (רצוי 25 עד 30 מדגמים):

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} \bar{x}_i}{k}$$

3. חשב את הטווח של כל מדגם:

$$R = X_{\max} - X_{\min}$$

4. חשב את ממוצעי הטווחים של כל המדגמים:

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^{k} R}{k}$$

5. חשב את גבולות הבקרה של תרשים בקרה לטווחים: (ערך מרכזי $\bar{R}$).

$$UCL_{(R)} = \bar{R} + 3\,\frac{d_3 \times \bar{R}}{d_2} = D_4 \times \bar{R}$$

$$LCL_{(R)} = \bar{R} - 3\,\frac{d_3 \times \bar{R}}{d_2} = D_3 \times \bar{R}$$

6. חשב את גבולות הבקרה של תרשים בקרה לממוצעים: (ערך מרכזי $\bar{\bar{x}}$).

$$UCL_{(\bar{X})} = \bar{\bar{X}} + 3 \times \frac{\bar{R}}{d_2\sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} + A_2 \times \bar{R}$$

$$LCL_{(\bar{X})} = \bar{\bar{X}} - 3 \times \frac{\bar{R}}{d_2\sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \times \bar{R}$$

<u>תרשים בקרה לממוצעים ולטווחים (לגודל מדגם של יחידה אחת)</u>

1. חשב את ממוצע הערכים שהתקבלו במדגמים ($\overline{X}$):

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} X}{k}$$

K=מספר המדגמים.

2. חשב את הטווח הנע (Moving Range) – הערך המוחלט של כל שני ערכי מדגמים סמוכים:

$$MR_i = \left| x_i - x_{i-1} \right|$$

לפני האיבר הראשון לא קיים איבר ולכן יתקבלו k-1 ערכים של MR. כלומר לא מחשבים MR בשורה הראשונה.

3. חשב את ממוצע הטווחים הנעים ($\overline{MR}$):

$$\overline{MR} = \frac{\sum MR}{K-1}$$

<u>שים לב</u>: ישנם רק k-1 ערכים של MR ולכן כדי למצוא את הממוצע מחלקים את סכומי הטווחים ב- k-1 ולא ב- k.

4. חשב את גבולות הבקרה לטווחים:

$$UCL_{MR} = D_4 \times \overline{MR} = 3.267 \times \overline{MR}$$

$$LCL_{MR} = D_3 \times \overline{MR} = 0 \times \overline{MR} = 0$$

שים לב: כיוון שהטווח נעשה בין שני איברים בלבד מחפשים D_3 ו- D_4 תמיד לפי n=2. לפיכך ניתן להחליפם בערכים קבועים.

5. חשב את גבולות הבקרה לממוצעים:

$$UCL_X = \overline{X} + 3 \times \frac{\overline{MR}}{d_2} = \overline{X} + 3 \times \frac{\overline{MR}}{1.128} = \overline{X} + 2.6596 \times \overline{MR}$$

$$LCL_X = \overline{X} - 3 \times \frac{\overline{MR}}{d_2} = \overline{X} - 3 \times \frac{\overline{MR}}{1.128} = \overline{X} - 2.6596 \times \overline{MR}$$

ערך אמצע = $\overline{x}$

שים לב כי 1.128 הוא הערך של d_2 עבור n=2.

להלן נדגים חישוב גבולות בקרה במצב בו נערכו עשרה מדגמים. הערכים שהתקבלו נתונים בשתי העמודות השמאליות בטבלה שלהלן:

Batch Number	**Flowrate x**	Moving Range MR
1	**49.6**	
2	**47.6**	2.0
3	**49.9**	2.3
4	**51.3**	1.4
5	**47.8**	3.5
6	**51.2**	3.4
7	**52.6**	1.4
8	**52.4**	0.2
9	**53.6**	1.2
10	**52.1**	1.5

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k=10} \overline{X_i}}{k} = \frac{508.1}{10} = 50.81$$

$$\overline{MR} = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} MR_i}{k-1} = \frac{16.9}{10-1} = \frac{16.9}{9} = 1.8778$$

$$UCL_{MR} = 3.267 \times \overline{MR} = 3.267 \times 1.8778 = 6.1348$$

$$\mathrm{LCL}_{\mathrm{MR}} = 0 \times \overline{MR} = 0 \times 1.8778 = 0$$

קו אמצע $= \overline{MR}$

$$UCL_X = \overline{X} + 3 \times \frac{\overline{MR}}{1.128} = 50.81 + 3 \times \frac{1.8778}{1.128} = 55.8041$$

$$LCL_X = \overline{X} - 3 \times \frac{\overline{MR}}{1.128} = 50.81 - 3 \times \frac{1.8778}{1.128} = 45.8159$$

קו אמצע $= \overline{X}$

הסתברות לגילוי חריגה בתרשימי בקרה למשתנים כאשר הפרמטרים σ ו- μ לא ידועים

<u>תחום הערכים בו מפוזרים 99.73% מהאוכלוסייה</u>

$$UCL_{(X)} = \overline{\overline{X}} + 3 \times \hat{\sigma}_{(X)}$$
$$LCL_{(X)} = \overline{\overline{X}} - 3 \times \hat{\sigma}_{(X)}$$

<u>התפלגות אחוז פגומים עקב חריגה ממפרט</u> (פרמטרים לא ידועים)

אחוז פגומים עקב חריגה ממפרט תחתון

$$P_{(x<LSL)} = \theta\left[\frac{LSL - \overline{\overline{X}}}{\hat{\sigma}_{(X)}}\right]$$

אחוז פגומים עקב חריגה ממפרט עליון

$$P_{(x>USL)} = 1 - \theta\left[\frac{USL - \overline{\overline{X}}}{\hat{\sigma}_{(X)}}\right]$$

סטיית התקן המקורבת של האוכלוסייה : $\hat{\sigma}_{(x)} = \frac{\overline{\sigma}}{c_4}$ או כך: $\hat{\sigma}_{(x)} = \frac{\overline{R}}{d_2}$

<u>הסתברות שנגלה במדגם הראשון כי יש שינוי בממוצע של תהליך</u> (פרמטרים לא ידועים)

הסתברות שנגלה במדגם הראשון כי יש ירידה בממוצע של תהליך

$$P_{(\bar{x}<LCL_{(x)})} = \theta\left[\frac{LCL_{(\bar{x})} - \overline{\overline{X}}_{new}}{\sigma_{(\overline{X})}}\right]$$

הסתברות שנגלה במדגם הראשון כי יש עליה בממוצע של תהליך

$$P_{(\bar{x}>UCL_{(x)})} = 1 - \theta\left[\frac{UCL_{(\bar{x})} - \overline{\overline{X}}_{new}}{\sigma_{(\overline{X})}}\right]$$

שלוש אפשרויות לחישוב סטיית התקן של התפלגות ערכי המדגמים (בין המדגמים) $\sigma_{(\bar{x})}$:

$$\sigma_{(\bar{x})} = \frac{\widehat{\sigma_{(x)}}}{\sqrt{n}}$$ **או** $$\sigma_{(\bar{x})} = \frac{\overline{R}}{d_2\sqrt{n}}$$ **או** $$\sigma_{(\bar{x})} = \frac{\overline{\sigma}}{C_4\sqrt{n}}$$

<u>הסתברות שנגלה במדגם הראשון באמצעות תרשימי בקרה לממוצעים כי סטיית התקן גדלה (פרמטרים לא ידועים)</u>

$$P_{(\sigma>\sigma')}=2\times\left(1-\theta\left[\frac{UCL_{(\bar{x})}-\overline{\overline{X}}_{old}}{\sigma_{(\bar{X})new}}\right]\right)$$

$$\sigma_{(\bar{x})new}=\frac{\sigma_{(x)new}}{\sqrt{n}}$$

<u>מספר מדגמים ממוצע עד לגילוי (מדד Average Run Length=ARL):</u>

$$ARL=\frac{1}{\text{הסתברות גילוי במדגם הראשון}}$$

<u>מדדי כושר תהליך כאשר הפרמטרים לא ידועים</u>

<u>מדד לפוטנציאל תהליך</u>

מדד לפוטנציאל תהליך להפיק מוצרים העומדים בדרישות המפרט.

- $C_p=1$: התהליך עם פוטנציאל גבולי לעמוד בגבולות המפרט. במידה והתהליך יכוון לעמוד בגבולות המפרט, כל שינוי בממוצע התהליך יגרום לסטייה מגבולות המפרט.
- $C_p<1$: תהליך ללא פוטנציאל לעמוד בגבולות המפרט.
- $C_p>1$: תהליך בעל פוטנציאל לעמוד בגבולות המפרט.
- היום יש נטייה לדרוש $C_p=1.33$.

$$C_p=\frac{USL-LSL}{6\hat{\sigma}_{(X)}}$$

<u>מדד מרכוז תהליך</u>

- מדד אשר מתאר עד כמה התהליך ממורכז. כלומר עד כמה הממוצע של התהליך מתאים לממוצע של דרישות המפרט.
- אם מדד פוטנציאל התהליך קטן מ-1 אין צורך לחשב מדד מרכוז תהליך וגם אם יחושב ערכו לא רלוונטי.
- $C_{pk}=C_p>1$:מדד מרכוז תהליך אידיאלי רצוי ששניהם יהיו 1.33.
- $C_{pk}=1$: ממורכז גבולי, כל שינוי בממוצע יגרום לסטייה מגבולות מפרט.
- $C_{pk}<1$: לא ממורכז.
- יש לפתור את שתי הנוסחאות ולבחור בתוצאה הנמוכה מביניהן.

$$C_{pk}=\frac{USL-\overline{\overline{X}}}{3\hat{\sigma}} \quad \text{או} \quad \frac{\overline{\overline{X}}-LSL}{3\hat{\sigma}}$$

הסתברות לגילוי חריגה בתרשימי בקרה למשתנים
כאשר הפרמטרים σ ו- μ ידועים

תחום הערכים בו מפוזרים 99.73% מהאוכלוסייה

$$UCL_{(X)} = \mu + 3 \times \widehat{\sigma}_{(X)}$$

$$LCL_{(X)} = \mu - 3 \times \widehat{\sigma}_{(X)}$$

אחוז פגומים עקב חריגה ממפרט (פרמטרים ידועים)

אחוז פגומים עקב חריגה ממפרט תחתון

$$P_{(x<LSL_{(X)})} = \theta\left[\frac{LSL-\mu}{\sigma_{(X)}}\right]$$

אחוז פגומים עקב חריגה ממפרט עליון

$$P_{(x>USL_{(X)})} = 1-\theta\left[\frac{USL-\mu}{\sigma_{(X)}}\right]$$

הסתברות שנגלה במדגם הראשון כי יש שינוי בממוצע של תהליך (פרמטרים ידועים)

הסתברות שנגלה במדגם הראשון כי יש ירידה בממוצע של תהליך

$$P_{(x<LCL_{(x)})} = \theta\left[\frac{LCL_{(\bar{x})}-\mu_{new}}{\sigma_{(\bar{X})}}\right]$$

הסתברות שנגלה במדגם הראשון כי יש עליה בממוצע של תהליך

$$P_{(x>UCL_{(x)})} = 1-\theta\left[\frac{UCL_{(\bar{x})}-\mu_{new}}{\sigma_{(\bar{X})}}\right]$$

$$\sigma_{(\bar{x})} = \frac{\sigma_{(x)}}{\sqrt{n}}$$

הסתברות שנגלה במדגם הראשון באמצעות תרשימי בקרה לממוצעים כי סטיית התקן גדלה (פרמטרים ידועים)

$$P_{(\sigma>\sigma')} = 2\times P_{(x>UCL_{(X)})} = 2\times\left(1-\theta\left[\frac{UCL_{(\bar{x})}-\mu_{new}}{\sigma_{new(\bar{X})}}\right]\right)$$

$$\sigma_{new(\bar{x})} = \frac{\sigma_{new(x)}}{\sqrt{n}}$$

<u>מספר מדגמים ממוצע עד לגילוי (מדד Average Run Length=ARL):</u>

$$ARL = \frac{1}{\text{הסתברות גילוי במדגם הראשון}}$$

<u>מדדי כושר תהליך כאשר הפרמטרים ידועים</u>

<u>מדד לפוטנציאל תהליך</u>

מדד לפוטנציאל תהליך להפיק מוצרים העומדים בדרישות המפרט.

- $C_p = 1$: כשיר בקושי וכל שינוי בממוצע יגרום לסטייה מגבולות המפרט.
- $C_p < 1$: לא כשיר.
- $C_p > 1$: כשיר.
- היום יש נטייה לדרוש $C_p = 1.33$.

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\hat{\sigma}_{(X)}}$$

<u>מדד מרכוז תהליך</u>

- מדד אשר מתאר עד כמה התהליך ממורכז. כלומר עד כמה הממוצע של התהליך מתאים לממוצע של דרישות המפרט.
- אם מדד פוטנציאל התהליך קטן מ-1 אין צורך לחשב מדד מרכוז תהליך וגם אם יחושב ערכו לא רלוונטי.
- $C_p = C_{pk} > 1$:מדד מרכוז תהליך אידיאלי רצוי ששניהם יהיו 1.33.
- $C_{pk} = 1$: ממורכז גבולי.
- $C_{pk} < 1$: לא ממורכז.
- יש לפתור את שתי הנוסחאות ולבחור בתוצאה הנמוכה מביניהן.

$$C_{pk} = \frac{USL - \overline{\overline{X}}}{3\hat{\sigma}} \quad \text{או} \quad \frac{\overline{\overline{X}} - LSL}{3\hat{\sigma}}$$

תרשימי בקרה לסדרות ייצור קצרות

במקרים רבים מערכת הייצור מייצרת מוצרים זהים בגדלים שונים כגון: עפרונות באורכים שונים, חתיכות בשר בגדלים שונים וכו'. במקרים אלו לא ניתן להשתמש בתרשימי בקרה סטנדרטיים אלא בתרשימי בקרה לסדרות ייצור קצרות.

השימוש בתרשימי בקרה לסדרות ייצור קצרות מותנה בכך שמגוון המוצרים בגדלים השונים מיוצרים באמצעות אותם גורמי ייצור, ולא באמצעות מערכות ייצור שונות.

תרגיל

בחברה לייצור עפרונות מייצרים עפרונות באורכים שונים באמצעות גורמי ייצור זהים. להלן טבלה המציגה את סוגי העפרונות ואת אורכם:

סוג הפריט	אורך
A	35
B	45
C	50

בתהליך הייצור בוצעו מדגמים בני 3 יחידות עבור מגוון הפריטים ולהלן התוצאות:

מדגם	פריט	X3	X2	X1	R	ערך רצוי	ממוצע ההפרשים מהרצוי
1	A	33	32	31	2	35	-3
2	A	35	36	37		35	
3	A	36	35	34		35	
4	A	37	35	33		35	
5	A	36	36	35		35	
6	B	47	46	45		45	1
7	B	46	45	45		45	
8	B	45	46	46		45	
9	B	45	48	47		45	
10	B	45	44	43		45	
11	C	53	51	45		50	
12	C	51	50	49		50	
13	C	50	49	48		50	
14	C	51	50	49		50	
15	C	50	50	50		50	

א. שרטט תרשימי בקרה לממוצעים ולטווחים לסדרות ייצור קצרות.

פתרונות

$UCL_X=2.088$ $LCL_X=-1.86=0$ $UCL_R=5.17$ $LCL_R=0$

נוסחאות לפתרון

$$\overline{x_{bar}} = \text{ערך רצוי- ממוצע המדגם} = \overline{x} - x_{need}$$

$$\overline{\overline{x_{bar}}} = \frac{\overline{X_{bar}}}{k}$$

$$UCL_{\overline{X}} = \overline{\overline{X}} + A_2 \times \overline{R}$$

$$LCL_{\overline{X}} = \overline{\overline{X}} - A_2 \times \overline{R}$$

$$R = R_{\max} - R_{\min}$$

$$\overline{R} = \frac{\sum R}{K}$$

$$UCL_R = D_4 \times \overline{R}$$

$$LCL_R = D_3 \times \overline{R}$$

תרשים P – תרשימי בקרה לאחוז פגומים

במפעל לייצור מנורות נערכים כל יום מדגמים לצרכי בקרת איכות. גודל המדגם הוא n=120.
להלן טבלה המתארת מספר הפגומים עבור 24 מדגמים.

מס 'מדגם	מס 'פגומים	אחוז פגומים	מס 'מדגם	מס' פגומים	אחוז פגומים
1	5	4%	13	4	
2	4		14	5	
3	6		15	6	
4	3		16	4	
5	6		17	9	
6	5		18	6	
7	7		19	5	
8	4		20	6	
9	4		21	4	
10	3		22	5	
11	5		23	6	
12	4		24	7	

ב. שרטט תרשימי בקרה לשיעור פגומים.
ג. בהסכם בין צרכן לייצרן הוסכם כי בכל משלוח יבוצע מדגם, אם ימצא במדגם אחוז פגומים העולה על 7% המדגם כולו יפסל. לפיכך כמה אחוזים של משלוחים יפסלו. ומהי הסתברות הקבלה של המשלוח.
ד. אם אחוז הפגומים הממוצע יגדל ל 10% מה ההסתברות לגלות סטייה זו כבר במדגם הראשון שלאחר השינוי ?

נוסחאות לפתרון

$$\overline{P} = \frac{\sum di}{n \cdot k}$$

$$UCL_P = \overline{P} + 3\sqrt{\frac{\overline{P}(1-\overline{P})}{n}}$$

$$LCL_P = \overline{P} - 3\sqrt{\frac{\overline{P}(1-\overline{P})}{n}}$$

הסתברות קבלה של מנה בהינתן מספר קבלה AC (אם יהיו במדגם אחוז פגומים קטן או שווה למספר הקבלה המנה תתקבל אחרת היא תידחה):

$$P_{(p>AC)} = \theta\left[\frac{AC-\overline{P}}{\sqrt{\frac{\overline{P}(1-\overline{P})}{n}}}\right]$$

הסתברות שנגלה במדגם הראשון כי יש ירידה בממוצע של תהליך

$$P_{(p<LCL_{(p)})}=\theta\left[\frac{LCL_{(p)}-\overline{P_{new}}}{\sqrt{\frac{\overline{P}_{new}(1-\overline{P_{new}})}{n}}}\right]$$

הסתברות שנגלה במדגם הראשון כי יש עליה בממוצע של תהליך

$$P_{(P>UCL_{(p)})}=1-\theta\left[\frac{UCL_{(p)}-\overline{P_{new}}}{\sqrt{\frac{\overline{P}_{new}(1-\overline{P_{new}})}{n}}}\right]$$

<u>פתרונות</u>

<u>א.</u>

$\overline{p}=0.0427$

$UCL_P=0.098$

$LCL_P=-0.012\rightarrow 0$

ב.

אחוז המשלוחים שיפסלו: 6.94%

הסתברות קבלה: 93.06%

ג.

52.79%

תרשים C - תרשימי בקרה למספר פגמים

בתהליך ייצור מתבצעת בקרה לגבי בספר פגמים שהתגלו באריג. יחידת המדידה הינה קבועה וגודלה 1 מ"ר.

להלן נתונים שהתקבלו מתוך 20 מדגמים לגבי מספר הפגמים למטר מרובע של אריג:

מס' מדגם	מס' פגמים	מס' מדגם	מספר פגמים
1	7	11	6
2	5	12	3
3	3	13	2
4	4	14	7
5	3	15	2
6	8	16	4
7	2	17	7
8	3	18	4
9	4	19	2
10	3	20	3

א. שרטט תרשים בקרה מתאים וחווה דעתך על התהליך.
ב. אם מספר הפגמים הממוצע יגדל ל-7.5 פגמים ליחידת מ"ר של אריג, מה הסתברות הגילוי של שינוי זה במדגם הראשון שיילקח לאחר התרחשותו.
ג. צרכן הציג תנאי מפרט לפיהם יש לבצע מדגם של מ"ר עבור כל גליל אריג שישלח. אם במדגם ימצאו מעל ל-8 פגמים יש לפסול את הגליל כולו. לפיכך כמה אחוזים מכלל הגלילים יפסלו, ומהו הסיכוי של כל גליל לעבור את בחינת הקבלה.

נוסחאות לפתרון

מספר פגמים ממוצע למדגם

$$\overline{C} = \frac{\sum di}{k}$$

סה"כ פגומים

מספר מדגמים

$$UCL_C = \overline{C} + 3\sqrt{\overline{C}}$$

$$LCL_C = \overline{C} - 3\sqrt{\overline{C}}$$

קו אמצע: $\overline{C}$

הסתברות קבלה של מנה בהינתן מספר קבלה AC (אם יהיו במדגם מספר פגמים קטן או שווה למספר הקבלה המנה תתקבל אחרת היא תידחה):

$$P_{(c > AC)} = \theta\left[\frac{AC - \overline{c}}{\sqrt{\overline{c}}}\right]$$

הסתברות שנגלה במדגם הראשון כי יש ירידה בממוצע של תהליך

$$P_{(c<LCL_{(c)})} = \theta\left[\frac{LCL_{(c)} - \bar{c}_{new}}{\sqrt{\bar{c}_{new}}}\right]$$

הסתברות שנגלה במדגם הראשון כי יש עליה בממוצע של תהליך

$$P_{(c>UCL_{(c)})} = 1 - \theta\left[\frac{UCL_{(c)} - \bar{c}_{new}}{\sqrt{\bar{c}_{new}}}\right]$$

<u>פתרון</u>

עמוד 36 חוברת תרגילים:

$\bar{c} = 4.1$

א.

UCL =10.17

LCL = -1.97= 0

ב. 16.6% =0.166

ג. הסתברות קבלה 2.68% הסתברות דחייה 97.32%

<u>תרשים np - תרשים בקרה למספר פגומים</u>

1. במפעל לייצור מנורות נעשו 30 מדגמים בני 100 יחידות כל מדגם. להלן טבלה הכוללת נתונים לגבי מספר המנורות הפגומות שנמצאו בכל מדגם.

מס' מדגם	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
מספר פגומים	1	6	5	5	4	3	2	2	4	6	2	1	3	1	4
מס' מדגם	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
מספר פגומים	5	4	1	6	15	12	6	3	4	3	3	2	5	7	4

א. שרטט תרשים בקרה למספר פגומים.

ב. הוחלט על דגימת קבלה בה אם ימצאו במדגם מעל ל- 10 פגומים, המשלוח כולו ייפסל, לפיכך מהי הסתברות הקבלה של כל משלוח, וכן כמה אחוזים מהמשלוחים ייפסלו.

ג. מהי האיכות הממוצעת היוצאת בעקבות דגימת הקבלה שהוגדרה בסעיף ב.

ד. אם שיעור הפגומים ישתנה ביום מסוים ל- 10%, מה ההסתברות כי שינוי זה יתגלה כבר במדגם הראשון לאחר השינוי ?

<u>נוסחאות לפתרון</u>

$$\overline{P} = \frac{\sum di}{n \cdot k}$$ סה"כ פגומים

$$UCL_{np} = n\overline{p} + 3\sqrt{n\overline{p}(1-\overline{p})}$$

$$LCL_{np} = n\overline{p} - 3\sqrt{n\overline{p}(1-\overline{p})}$$

$n\overline{p}$ קו אמצע

הסתברות קבלה של מנה בהינתן מספר קבלה AC (אם יהיו במדגם מספר פגמים קטן או שווה למספר הקבלה המנה תתקבל אחרת היא תידחה):

$$P_{(np>AC)} = \theta\left[\frac{AC - n\overline{P}}{\sqrt{n\overline{p}(1-\overline{p})}}\right]$$

$$AQL = P_{(np>AC)} \times \overline{P}$$

הסתברות שנגלה במדגם הראשון כי יש ירידה בממוצע של תהליך

$$P_{(np<LCL_{(np)})} = \theta\left[\frac{LCL_{(np)} - n\overline{P}_{new}}{\sqrt{n\overline{p}_{new}(1-\overline{p}_{new})}}\right]$$

הסתברות שנגלה במדגם הראשון כי יש עליה בממוצע של תהליך

$$P_{(np>UCL_{(np)})} = 1-\theta\left[\frac{UCL_{(np)} - n\overline{P}_{new}}{\sqrt{n\overline{p}_{new}(1-\overline{p}_{new})}}\right]$$

<u>פתרון</u>

$\overline{p} = 0.043$

ע"מ 34 בחוברת תרגילים.

א.

UCL=10.39

LCL= -1.78 = 0

ב. הסתברות דחייה 0% בקירוב.

הסתברות קבלה 100% בקירוב.

ג. $0.043 \times 1 = 0.043$

ד.

44.8%=0.448

דגימת קבלה

1. משלוח של 2000 בקבוקים אמור להיבדק ע"י היצרן באמצעות מדגם של 120 יחידות, רמת האיכות הרצויה (רא"ר) המוגדר הינה 3% ואיכות גבולית 8%. הוחלט כי מספר הקבלה הוא c=5, כלומר אם ימצאו מעל 5 פגומים במדגם המשלוח כולו יפסל. לפיכך:
   א. מהו סיכון היצרן ? כלומר מהו הסיכון שמשלוח שבו יש 3% של פגומים יפסל ?
   ב. מהו סיכון הצרכן ? כלומר מהו הסיכון שמשלוח שבו יש 8% פגומים יתקבל.
   ג. האיכות הממוצעת היוצאת (AOQ) הינה אחוז הפגומים הממוצע היוצא לאחר מספר רב של משלוחים. אחוז זה קטן עקב משלוחים שעברו בחינה מלאה לאחר שנדחו.
   אחוז הפגומים הצפוי הינו 4.3%, לפיכך מהי האיכות הממוצעת היוצאת?
   ד. גבול האיכות הממוצעת היוצאת AOQL הוא האיכות הממוצעת היוצאת הגרועה ביותר שתהיה בעקבות תכנית קבלה מסוימת. חשב את גבול האיכות הממוצעת היוצאת AOQL בעקבות תכנית דגימה זו.

2. בתכנית דגימה מתבצעת דגימה אחת בגודל n=15, ומדפר הקבלה הוא c=1, מהי הסתברות הקבלה של מנה בגודל 50 כאשר אחוז הפגומים הוא:
   א. 2%
   ב. 6%
   ג. 10%
   ד. 20%

3. בתכנית דגימה מתבצעת דגימה אחת בגודל n=110, ומספר קבלה c=3 . גודל המנה גדול ביחס לגודל המדגם. השתמש בטבלת התפלגות פואסון לחישוב ההסתברות המקורבת לקבל מנות בהן קיים אחוז פגומים של א. 0.5%, ב. 1%, ג. 2%, ד. 4%, ה. 6%, ו. 8%
4. שרטט את עקום O.C עבור תכנית דגימה של התרגיל הקודם. מהו אחוז המקורב של פגמים אשר הסתברות קבלתו היא: א. 0.95, ב. 0.5, ג. 0.1
5. תכנית דגימה בודדת כוללת מדגם בגודל n=10, c=0 וזאת עבור מנה בגודל גדול יחסית. מהי הסתברות הקבלה של מנות אשר אחוז הפגומים בהן הוא: א. 2%, ב. 6% ג. 10%, ד. 20%.
6. תכנית דגימה בודדת כוללת מדגם בגודל n=50, ומספר קבלה c=1. גודל המנה הוא 500. מהי הסתברות הקבלה של מנות עם אחוז פגומים: 0.4% 2% , 4%, 6%
7. עבור תכנית דגימה בודדת n=150, c=2 מהו אחוז הפגומים בהסתברות 95%, 50%, 10%.
8. עבור תכנית דגימה בודדת n=75, c=1, מהו אחוז הפגומים שיתקבל בהסתברות: 0.95, 0.5, 0.1
9. בהנחה שמנות שנדחו יעברו מיון של 100%, חשב את ערכי האיכות הממוצעת היוצאת AOQ. כמו כן מצא את האיכות הממוצעת היוצאת הגבולית AOQL בהתיחס לנתונים של שאלה 2.

10. בהנחה שמנות שנדחו יעברו מיון של 100%, חשב את ערכי האיכות הממוצעת היוצאת AOQ. כמו כן מצא את האיכות הממוצעת היוצאת הגבולית AOQL בהתיחס לנתונים של שאלה 5.
11. חברה מגדירה כי בבחינת קבלה יערך מדגם בגודל 10% מהמנה. אם ימצא פגום אחד או יותר, המנה כולה תמויין. הצרכן יחייב את היצרן בעלות המיון. יצרן A שולח מנות של 500 יחידות, יצרן B שולח מנות של 1000 יחידות.
א. מהי הסתברות הקבלה עבור כל יצרן אם המנות מכילות 0.3% פגומים.
ב. האם תכנית הדגימה צודקת במידה שווה לכל היצרנים ?

<u>פתרונות</u>

.1
א. 0.156
ב. 0.089
ג. 0.025
ד. 2%-0.019 ,4%-0.026 ,5%-0.022 ,6%-0.016

.2
א. 1
ב. 0.789
ג. 0.521
ד. 0.121

.3
א. 0.998
ב. 0.974
ג. 0.819
ד. 0.359
ה. 0.105
ו. בין 0.021 לבין 0.03

.4
א. 0.95
ב. 0.5
ג. 0.1

.5
א. 0.819
ב. 0.549
ג. 0.368
ד. 0.135

.6
.7
א. 0.0055
ב. 0.0173
ג. 0.0353

.8
.9
א. 0.01926
ב. 0.04632
ג. 0.0558
ד. 0.0398
AOQL=0.558

דגימת קבלה על פי תקן MIL-STD-105E

1. חברת "רוית תעשיות" בודקת את תוצרתה בהתאם לתקן – MIL-STD-105E. רמת בחינה II רא"ר 4%, דגימה בודדת, גודל מנה 2,000 יחידות, חומרת בחינה רגילה.

א. מהי תכנית הדגימה שלה ?

1. חברת "מיקי תעשיות" בודקת את תוצרתה בהתאם לתקן – MIL-STD-105E. רמת בחינה II רא"ר 0.025%, דגימה בודדת, גודל מנה 2,000 יחידות, חומרת בחינה רגילה .

א. מהי תכנית הדגימה שלה ?
ב. מה צריך לעשות אם מספר הפגומים במדגם יהיה 2.
ג. מה צריך לעשות אם מספר הפגומים במדגם יהיה 4.
ד. מה צריך לעשות אם מספר הפגומים במדגם יהיה 6.

1. חברת "ויקי תעשיות" בודקת את תוצרתה בהתאם לתקן – MIL-STD-105E. רמת בחינה II רא"ר 1%, דגימה בודדת, גודל מנה 15,000 יחידות, חומרת בחינה מופחתת.

א. מהי תכנית הדגימה שלה ?

1. חברת "דני תעשיות" בודקת את תוצרתה בהתאם לתקן – MIL-STD-105E. רמת בחינה II רא"ר 4%, דגימה בודדת, גודל מנה 200 יחידות, חומרת בחינה רגילה.
א. מהי תכנית הדגימה שלה לבחינה רגילה ?
ב. מהו סיכון היצרן ?
ג. מהי האיכות הממוצעת היוצאת AQL בהנחה שאחוז הפגומים הוא 4% ?
ד. הצרכן מעוניין ברמת איכות גבולית של של 15% לפיכך מהו סיכון הצרכן ? מהו גבול האיכות הממוצעת היוצאת ? (תשובה:)

בחינה מחמירה

2. חברת "יוסי תעשיות" בודקת את תוצרתה בהתאם לתקן – MIL-STD-105E. רמת בחינה II רא"ר 1%, דגימה בודדת, גודל מנה 1,000 יחידות, חומרת בחינה מחמירה.

א. מהי תכנית הדגימה ?
ב. מהו סיכון היצרן ?
ג. מהי האיכות הממוצעת היוצאת AQL בהנחה שאחוז הפגומים הוא 1% ?
ד. הצרכן מעוניין ברמת איכות גבולית של של 7% לפיכך מהו סיכון הצרכן ? מהו גבול האיכות הממוצעת היוצאת ? (תשובה:)

<u>בחינה מחמירה</u>

3. חברת "רוית תעשיות" בודקת את תוצרתה בהתאם לתקן – MIL-STD-105E. רמת בחינה II רא"ר 2.5%, דגימה בודדת, גודל מנה 2,000 יחידות.

א. מהי תכנית הדגימה שלה ?
ב. מהו סיכון היצרן ?
ג. מהי האיכות הממוצעת היוצאת AQL בהנחה שאחוז הפגומים הוא 2.5% ?
ד. הצרכן מעוניין ברמת איכות גבולית של 8% לפיכך מהו סיכון הצרכן ? מהו גבול האיכות הממוצעת היוצאת ? (תשובה:).

תרשימי בקרה כללי

מתי ניתן לומר כי התהליך אינו מבוקר?
1. נקודה כלשהי מעל או מתחת 3 סיגמה.
2. שתיים מבין שלוש נקודות מעל או מתחת 2 סיגמה.
3. ארבע מתוך חמש נקודות רצופות מעל או מתחת 1 סיגמה.
4. שמונה נקודות רצופות מצד אחד של האמצע.
5. שש נקודות רצופות בכוון עליה או בכוון ירידה.
6. 14 נקודות עולות ויורדות לסירוגין.

כל כמה זמן בממוצע נקבל אזעקת שווא ?
1. אם מתייחסים רק לסטייה של מעל 3 סיגמה נקבל אזעקת שווא בממוצע כל 371 נקודות.
2. אם מתייחסים גם לחוקים 2 עד 6 (חוקי WECO) נקבל אזעקת שווא בממוצע כל 91.7 נקודות .

יש להחליט האם התייחסות לחוקים 2 עד 6 שווים התייחסות לאור עלויות הטיפול באזעקות השווא. יש המתייחסים אליהן בצורה רצינית יש המתייחסים בצורה פחות רצינית, ויש שאינם מתייחסים אליהן כלל.

<u>מקדמים לתרשימי בקרה למשתנים</u>

n	A	A_1	A_2	A_3	C_2	1/C	C_4	B_1	B_2	B_3	B_4	d_2	$1/d_2$	d_3	D_1	D_2	D_3	D_4	E_2
2	2.121	3.760	1.880	2.659	0.5642	1.7725	0.798	0	1.843	0	3.267	1.128	0.8865	0.853	0	3.686	0	3.267	2.66
3	1.732	2.394	1.023	1.954	0.7236	1.3820	0.886	0	1.858	0	2.568	1.693	0.5907	0.888	0	4.358	0	2.675	1.77
4	1.500	1.880	0.729	1.628	0.7979	1.2533	0.921	0	1.808	0	2.266	2.059	0.4857	0.880	0	4.698	0	2.282	1.46
5	1.342	1.596	0.577	1.427	0.8407	1.1894	0.940	0	1.756	0	2.089	2.326	0.4299	0.864	0	4.918	0	2.115	1.29
6	1.225	1.410	0.483	1.287	0.8686	1.1512	0.952	0.026	1.711	0.030	1.970	2.534	0.3946	0.848	0	5.078	0	2.004	1.18
7	1.134	1.277	0.419	1.182	0.8882	1.1259	0.959	0.105	1.672	0.118	1.882	2.704	0.3698	0.833	0.205	5.203	0.076	1.924	1.11
8	1.061	1.175	0.373	1.099	0.9027	1.1078	0.965	0.167	1.638	0.185	1.815	2.847	0.3512	0.820	0.387	5.307	0.136	1.864	1.05
9	1.000	1.094	0.337	1.032	0.9139	1.0942	0.969	0.219	1.609	0.239	1.761	2.970	0.3367	0.808	0.546	5.394	0.184	1.816	1.01
10	0.949	1.028	0.308	0.975	0.9227	1.0837	0.9727	0.262	1.584	0.284	1.716	3.078	0.3249	0.797	0.687	5.469	0.223	1.777	0.98
11	0.905	0.973	0.285	0.927	0.9300	1.0753	0.9754	0.299	1.561	0.321	1.679	3.173	0.3152	0.787	0.812	5.534	0.256	1.744	
12	0.866	0.925	0.266	0.886	0.9359	1.0684	0.9776	0.331	1.541	0.354	1.646	3.258	0.3069	0.778	0.924	5.592	0.284	1.716	
13	0.832	0.884	0.249	0.850	0.9410	1.0627	0.9794	0.359	1.523	0.382	1.618	3.336	0.2998	0.770	1.026	5.646	0.308	1.692	
14	0.802	0.848	0.235	0.817	0.9453	1.0579	0.9810	0.384	1.507	0.406	1.594	3.407	0.2935	0.762	1.121	5.693	0.329	1.671	
15	0.775	0.816	0.223	0.789	0.9490	1.0537	0.9823	0.406	1.492	0.428	1.572	3.472	0.2880	0.755	1.207	5.737	0.348	1.652	
16	0.750	0.788	0.212	0.763	0.9523	1.0501	0.9835	0.427	1.478	0.448	1.552	3.532	0.2831	0.749	1.285	5.779	0.364	1.636	
17	0.728	0.762	0.203	0.739	0.9551	1.0470	0.9845	0.445	1.465	0.466	1.534	3.588	0.2787	0.743	1.359	5.817	0.379	1.621	
18	0.707	0.738	0.194	0.718	0.9576	1.0442	0.9854	0.461	1.454	0.482	1.518	3.640	0.2747	0.738	1.426	5.854	0.392	1.608	
19	0.688	0.717	0.187	0.698	0.9599	1.0418	0.9862	0.477	1.443	0.497	1.503	3.689	0.2711	0.733	1.490	5.888	0.404	1.596	
20	0.671	0.697	0.180	0.680	0.9619	1.0396	0.9869	0.491	1.433	0.510	1.490	3.735	0.2677	0.729	1.548	5.922	0.414	1.586	
21	0.655	0.679	0.173	0.663	0.9638	1.0376	0.9876	0.504	1.424	0.523	1.477	3.778	0.2647	0.724	1.606	5.950	0.425	1.575	
22	0.640	0.662	0.167	0.647	0.9655	1.0358	0.9882	0.516	1.415	0.534	1.466	3.819	0.2618	0.720	1.659	5.979	0.434	1.566	
23	0.626	0.647	0.162	0.633	0.9670	1.0342	0.9887	0.527	1.407	0.545	1.455	3.858	0.2592	0.716	1.710	6.006	0.443	1.557	
24	0.612	0.632	0.157	0.619	0.9684	1.0327	0.9892	0.538	1.399	0.555	1.445	3.895	0.2567	0.712	1.759	6.031	0.452	1.548	
25	0.600	0.619	0.153	0.606	0.9696	1.0313	0.9896	0.548	1.392	0.565	1.435	3.931	0.2544	0.709	1.804	6.058	0.459	1.541	

עבור $n>25$ יש להשתמש בנוסחאות הבאות:

$$B_1 = B_3 \simeq 1 - \frac{3}{\sqrt{2n}}$$

$$B_2 = B_4 \simeq 1 + \frac{3}{\sqrt{2n}}$$

$$B_3 = 1 - \frac{3}{C_4\sqrt{2(n-1)}}$$

$$B_4 = 1 + \frac{3}{C_4\sqrt{2(n-1)}}$$

$$B_5 = C_4 - \frac{3}{\sqrt{2(n-1)}}$$

$$B_6 = C_4 + \frac{3}{\sqrt{2(n-1)}}$$

$$A = A_1 = \frac{3}{\sqrt{n}}$$

$$A_2 = \frac{3}{d_2\sqrt{n}}$$

$$A_3 = \frac{3}{C_4\sqrt{n}}$$

$$C_4 \simeq \frac{4(n-1)}{(4n-3)}$$

$$d_2 = \frac{\overline{R}}{\sigma_{(x)}}$$

טבלת התפלגות נורמלית סטנדרטית

השטח $\phi(z)$ תחת העקום הנורמלי סטנדרטי משמאל ל- z

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8087	.8106	.8133
.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8481	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8649	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	6.999	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998